

MATEMATICI ECONOMICE

TEORIE ȘI APLICAȚII

Virginia ATANASIU

MATEMATICI ECONOMICE

TEORIE ȘI APLICAȚII

Colecția
Matematici în economie

Editura ASE
București
2018



ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE DIN BUCUREȘTI

Copyright © 2018, Editura ASE

Toate drepturile asupra acestei ediții sunt rezervate editurii.

Editura ASE

Piața Romană nr. 6, sector 1, București, România

cod 010374

www.ase.ro

editura@net.ase.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

ATANASIU, VIRGINIA

Matematici economice : teorie și aplicații / Virginia Atanasiu. -

București : Editura ASE, 2018

Conține bibliografie

ISBN 978-606-34-0266-1

51-7

Editura ASE

Redactor: Livia Radu

Tehnoredactor: Mioara Gamulea

Coperta: Livia Radu

Autorul își asumă întreaga responsabilitate pentru: ideile exprimate, corectitudinea științifică, originalitatea materialului și sursele bibliografice menționate.

Cuprins

Prefață	7
Capitolul 1	
Serii numerice	9
Capitolul 2	
Modele de fructificare ale unui capital în regim de DS, și respectiv în regim de DC: $M_1 = DS$ și $M_2 = DC$. Plăți eșalonate. Efectul inflației asupra valorii unui capital	15
Capitolul 3	
Funcții de două variabile reale: exemple de funcții de două variabile din economie, derivate parțiale de ordinul I și II. Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor. Aplicații propuse	63
Capitolul 4	
Extremele locale ale funcțiilor de două variabile reale. Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor. Aplicații propuse	83
Capitolul 5	
Metoda celor mai mici pătrate. Aplicații rezolvate și propuse	118
Capitolul 6	
Definiția clasică a probabilității. Formule probabilistice, în care intervin operații cu evenimente. Formula probabilității totale. Formula lui Bayes. Aplicații rezolvate și propuse	138
Capitolul 7	
Scheme probabilistice clasice. Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor. Aplicații propuse	202
Capitolul 8	
Variabile aleatoare discrete. Clasificarea variabilelor aleatoare. Studiul variabilelor aleatoare discrete. Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor. Aplicații propuse	220

Capitolul 9

Variabile aleatoare bidimensionale discrete. Măsuri ale dependenței în sens probabilistic dintre două variabile aleatoare: covarianța și coeficientul de corelație. Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor.

Aplicații propuse.. 266

Capitolul 10

Variabile aleatoare continue. Studiul variabilelor aleatoare discrete.

Ilustrarea teoriei pe cazul numeric concret al aplicațiilor. Aplicații propuse. ... 350

Capitolul 11

Repartiții clasice discrete și continue..... 430

Capitolul 12

Elemente de teoria selecției și a estimației..... .. 468

Bibliografie 479

Prefață

Prezenta lucrare abordează probleme teoretice și practice diverse din domeniile: analizei matematice, calculului financiar, teoriei probabilităților și statisticii matematice, cu scopul de a constitui o bază matematică necesară și totodată utilă fundamentării deciziilor specifice gestiunii afacerilor economico-financiare.

Culegerea conține numeroase rezultate teoretice cu caracter specific activităților economice și cuprinde foarte multe formule, procedee și modele de calcul matematic practic, care pot să apară în diversitatea afacerilor și care sunt ilustrate, ulterior, prin câteva zeci de exemple numerice soluționate.

Ca orice produs al unei activități didactice și de cercetare științifică de lungă durată, lucrarea constituie o sinteză de preocupări, idei și rezultate teoretice și practice, în care aparatul matematic își dovedește utilitatea.

Într-o încercare de prezentare riguroasă și unitară, culegerea realizată este structurată pe mai multe capitole, fiecare dintre ele având un anumit scop bine definit, atât ca parte de sine stătătoare, cât și ca o componentă a ansamblului pe care îl alcătuiesc împreună, cu un anumit grad de interdependență.

În cadrul lucrării s-a efectuat o trecere în revistă a teoriei matematice corespunzătoare, pe care se clădesc aplicațiile prezentate, pentru ca ulterior, în capitolele ce vor urma, să dezvoltăm pe larg fiecare aplicație în parte.

În această culegere realizăm o privire de ansamblu asupra structurii teoriei moderne a matematicii și a multiplelor posibilități practice ale ei, de rezolvare a problemelor pe care le implică la ora actuală economia, finanțele, managementul și marketingul, mai precis dezbatem unele aplicații practice ridicate de matematica economică, ce pot fi soluționate prin mijloacele teoretice specifice matematicilor superioare, prezentând astfel o incursiune în teoria modernă a matematicilor aplicate în economie, împreună cu cele mai recente dezvoltări ale ei.

Tematica vizată este inclusă în acel domeniu, teoretic și aplicativ deopotrivă, în care demersul de fundamentare matematică și cel de modelare a fenomenelor economice se întrepătrund, numit generic „Cercetare operațională”.

S-au răspândit metodele acesteia, de altfel, și în alte sfere ale vieții sociale, incluzând politicile guvernamentale, protejarea mediului, explorarea spațiului.

Revenind la conținutul cărții, vom sublinia comunicarea între capitole, prin împrumutul de noțiuni și tehnici de rezolvare.

Ca orice text matematic și acesta pune accent pe definirea clară a noțiunilor de bază, se servește de rezultate pregătitoare date în propoziții și enunță teoreme cu caracter preponderent operațional.

Lucrarea, ca mod de prezentare, are un caracter preponderent didactic cu accesibilitate graduată, prezentând o serie de probleme a căror abordare necesită o pregătire matematică solidă corelată cu o stăpânire clară și riguroasă a conceptelor economico-financiare aferente.

Capitolul 1 conține o prezentare într-o formă accesibilă, dar riguroasă, a noțiunii de serie numerică, din cadrul analizei matematice, care fundamentează teoretic noțiunea de plată eșalonată perpetuă, un element de bază al calculului financiar, ce va fi expus în capitolul 2.

După studiul acestui capitol, studentul va avea cunoștințe despre:

-conceptul de serie numerică, necesar și extrem de util, pentru a putea modela matematic anumite procese sau fenomene economice, dintre cele mai diverse;

-tipul de probleme teoretice și practice, care fac obiectul cursului de „Serii numerice” și al lucrărilor de verificare ale studenților din învățământul economic din anul I, zi, de la Facultatea de Business și Turism, Facultatea de Marketing, Facultatea de Management, Facultatea de Contabilitate și Informatică de Gestiune din Academia de Studii Economice din București.

După studiul capitolului 2, studentul va avea cunoștințe despre: modelele de fructificare ale unui capital în regim de dobândă simplă, și respectiv în regim de dobândă compusă, plățile eșalonate (anual, semestrial, trimestrial) imediate și perpetue, anticipate și posticipate, precum și despre efectul inflației asupra valorii unui capital.

Capitolul 3 introduce funcțiile reale de două variabile reale cu exemplele corespunzătoare lor din economie, noțiunile de derivate parțiale de ordinul întâi și doi ale acestor funcții, atât de importante în analiza producției.

Aflarea extremelor locale ale funcțiilor reale de două variabile reale ilustrată în capitolul 4 prezintă interes economic, deoarece această problemă matematică va conduce la optimizarea unor modele economice, descrise prin funcții de două variabile reale.

Capitolul 5 studiază metoda celor mai mici pătrate, cu utilitate în prognozarea fenomenelor economice, precum: dezvoltarea producției unui bun material sau a producției industriale, evoluția cifrei de afaceri a unei multinaționale, stabilirea trendului încasărilor unei societăți comerciale.

Capitolele 6, 7, 8, 9 10 fac trecerea în teoria probabilităților, esențială în elaborarea modelelor economice temeinice și fundamentale din domenii ca: gestiunea financiară, asigurări de bunuri și persoane, ingineria financiară, modelarea matematică a unor procese sau fenomene economice dintre cele mai diverse.

Capitolul 11 realizează o incursiune în statistica matematică, pe care se va baza statistica economică, iar capitolul 12 pune la dispoziția aparatului economic, repartițiile discrete și continue, devenite clasice, utile așadar, în cadrul matematicilor aplicate în economie.

Lucrarea, astfel constituită, aduce acel suflu teoretic și practic, care nu a încetat să alimenteze modelarea economică, prin multitudinea de aplicații rezolvate, care sunt tratate în amănunțime și a căror utilitate o lăsăm la aprecierea cititorilor.

Mărturisesc sincer, că mi-ar face o mare plăcere ca prezenta lucrare să poată fi considerată ca o contribuție la dezvoltarea domeniului matematicilor economice, prin încercările pe care le-am făcut de a analiza și a fundamenta matematic fiecare aplicație în parte, prin demersul de fundamentare matematică realizat în acest sens.

Autoarea