

CUPRINS

Introducere	13
Capitolul 1 - Specificarea trendului: modele polinomiale și exponențiale	17
1.1 Concepte de bază	17
1.1.1 Modele deterministe liniare, discrete	18
1.1.2 Descompunerea seriilor dinamice	19
1.1.3 Alegerea modelului (aditiv sau multiplicativ)	20
1.2 Specificarea trendului prin funcții polinomiale	21
1.2.1 Metoda celor mai mici pătrate	21
1.2.2 Caz particular: ajustarea liniară	22
1.2.3 Cazul general: ajustarea polinomială într-o bază ortogonală	23
1.2.4 Caracterizarea statistică a estimatorilor $\hat{\beta}$	25
1.2.5 Determinarea bazei ortogonale	26
1.2.6 Determinarea gradului funcției polinomiale a trendului	29
1.2.6.1 Metoda grafică	29
1.2.6.2 Formularea testului de ipoteze	30
1.3 Trend exponențial. Curba logistică	34
1.3.1 Trend exponențial fără saturație	34
1.3.2 Trend exponențial cu saturație	36
1.3.3 Extensie: modelul Gompertz-Kuznetz	37
1.3.4 Modelul logistic (modelul Verhulst)	39
1.3.4.1 Formularea modelului	39
1.3.4.2 Estimarea parametrilor și validarea modelului	40
1.3.5 Modelul logistic cu prag de saturație variabil	42
1.3.6 Generalizări ale modelului logistic	43
1.3.6.1 Modelul logistic generalizat	44
1.3.6.2 Modelul Pyatt	44
1.3.6.3 Modelul Ross-Szelinsky	45
1.3.6.4 Modelul Klassen-Koyck	46
1.3.6.5 Alte modele de tip exponențial	46
1.4 Utilizarea modelelor de extrapolare a tendinței în previziune	47
1.4.1 Construirea predicției. Proprietăți	48
1.4.2 Construirea intervalului de încredere	50

Capitolul 2 - Analiza simultană a trendului și a componentei ciclice.	
Mecanisme de filtrare	53
2.1 Periodicitate: analiza componentei ciclice	53
2.1.1 Estimatorii componentei ciclice	53
2.1.2 Calitatea estimatorilor	55
2.1.3 Periodograma Withaken - Robinson	56
2.2 Analiza simultană a tendinței și ciclicității	59
2.2.1 Modelul parametric general	59
2.2.2 Calitatea specificării	61
2.2.3 Utilizarea în predicție	62
2.2.4 Eliminarea trendului: filtrul Jorgensen	64
2.2.4.1 Specificarea componentei ciclice prin modelul general MCMPG	64
2.2.4.2 Predicția componentei ciclice	66
2.2.5 Eliminarea componentei ciclice. Specificarea trendului prin MCMPG	67
2.2.6 Specificarea componentei ciclice prin mecanisme de filtrare	68
2.2.6.1 Principiul construirii „filtrelor”	68
2.2.6.2 Filtrul medie mobilă MA de eliminare a ciclicității	71
2.2.6.3 Aplicație: metoda Shiskin pentru date lunare	75
2.2.6.4 Filtrul Buys-Ballot	76
2.2.6.5 Filtrul Guirshick	80
2.2.7 Ajustarea optimă prin filtrare de tip medie mobilă (MA)	82
2.2.7.1 Filtrul optim MA. Lisaj de tip MA	83
2.2.7.2 Filtrul medie mobilă pentru trend polinomial	86
2.2.7.3 Aplicații ilustrative	88
2.2.7.4 Problema estimării concomitente a perechii (p,m), a gradului polinomului de ajustare și a ordinului filtrului MA_{2m+1}	89
2.2.8 Filtre de lisaj exponențial (FLE): mecanismul ajustării adaptive	91
2.2.8.1 Caracteristicile statistice ale FLE. Deducerea FLE de ordin superior	93
2.2.8.2 Formularea predicțiilor prin modele de lisaj exponențial asociate unui trend polinomial	95
2.2.8.3 Algoritm de determinare a estimatorilor optimali și a predicției optime	97
2.2.8.4 Filtrul de lisaj exponențial Brown (FLEB)	98

2.2.9	Modele de lisaj exponențial de tip Holt-Winters	105
2.2.9.1	Modelul Holt-Winters (H-W) fără ciclicitate	106
2.2.9.2	Modelul H-W aditiv, cu ciclicitate	108
2.2.9.3	Modelul H-W multiplicativ, cu ciclicitate	108
2.2.10	Optimalitatea filtrelor de lisaj exponențial	109
2.2.10.1	Predicția optimală prin filtrul de lisaj exponențial pentru un proces staționar. Echivalența cu modelul SARIMA	109
2.2.10.2	Optimalitatea filtrelor de lisaj exponențial și legătura cu modelele ARIMA, SARIMA	112
Capitolul 3 - Dinamica componentei aleatoare		115
3.1	Procese aleatoare discrete liniare unidimensionale	115
3.1.1	Funcțiile de autocorelație și de autocorelație parțială	116
3.1.1.1	Relația dintre coeficienții de autocorelație parțială și cei de autocorelație	117
3.1.1.2	Proprietatea de ergodicitate a proceselor aleatoare staționare	118
3.1.2	Modele dinamice ale proceselor aleatoare staționare	121
3.1.2.1	Modele autoregresive AR(p)	122
3.1.2.2	Procese medie mobilă MA(q)	127
3.1.2.3	Procese mixte ARMA(p,q)	130
3.1.3	Procese aleatoare nestaționare	134
3.1.3.1	Procese aleatoare cu tendință neperiodică	134
3.1.3.2	Procese aleatoare liniare cu tendință și evoluție ciclică (sezonieră). Modele SARIMA	145
3.1.4	Procese aleatoare liniare cu variabile exogene. Modele ARMAX, SARIMAX	148
3.1.5	Procese aleatoare nestaționare în varianță	149
3.1.5.1	Transformata Box-Cox	149
3.1.5.2	Procesul ARMA lognormal	151
3.2	Predicția evoluției proceselor aleatoare	153
3.2.1	Predicția proceselor ARMA (p, q) cu parametri cunoscuți	153
3.2.1.1	Predictorul k-optimal	154
3.2.1.2	Eroarea de predicție k-optimală	157
3.2.1.3	Predictorii k-optimali pentru procese AR(p)	158
3.2.1.4	Predictorii k-optimali pentru procese MA(q)	160
3.2.1.5	Mecanism adaptiv de predicție pentru procese MA(q)	162
3.2.1.6	Mecanism recursiv de predicție pentru procese ARMA Traectoria predictorului k-optimal	163

3.2.1.7	Predictori ARIMA cu parametri cunoscuți	167
3.2.2	Predicția proceselor ARMA cu parametri necunoscuți	169
3.2.2.1	Estimatori MEP, CMMP și YW ai parametrilor modelului AR(p)	169
3.2.2.2	Algoritmi eficienți: algoritmul Levinson și algoritmul Schur-Cohn	173
3.2.2.3	Estimarea parametrilor modelului ARMA (p,q) necesară predicției	174
3.2.3	Determinarea structurii modelelor ARMA (p,q). Alegerea lui p și q	180
3.2.3.1	Testul χ^2 de comparație	181
3.2.3.2	Criteriul erorii finale de predicție C_{EFP}	183
3.2.3.3	Criteriul de informație al lui Akaike (AIC)	183
3.2.3.4	Extensii ale criteriului AIC	184
3.2.3.5	Criterii asimptotic echivalente	185
3.2.3.6	Criterii de alegere a lui p și q fundamentate pe funcțiile de autocorelație	185
3.2.4	Studii de caz. Aplicații în EasyReg International	187
3.2.4.1	Modele AR(p). Metoda PAC (Partial Autocorrelation)	187
3.2.4.2	Cum determinăm ordinul q al unui proces MA(q) Funcția de autocorelație	190
3.2.4.3	Testul Wald	193
3.2.4.4	Modelele ARMA(p,q)	194
3.2.4.5	Modele ARMA pentru seriile de timp periodice	197

Capitolul 4 - Modele neparametrice. Mecanisme

	de filtrare și predicție	201
4.1	Modelarea spectrală a proceselor aleatoare staționare	201
4.1.1	Funcția spectrală a unui proces dinamic staționar	201
4.1.1.1	Densitatea spectrală discretă	201
4.1.1.2	Extensie: funcția spectrală cu densitate continuă	204
4.1.1.3	Aplicații: Condiții de manifestare ca „zgomot alb”	206
4.1.1.4	Reziduurile - „zgomot alb”	208
4.1.2	Spectrul de putere	210
4.1.2.1	Reprezentarea Fourier și teorema Parseval	210
4.1.2.2	Spectrul de putere discret în bandă de frecvență mărginită	212
4.1.2.3	Spectrul de putere discret în bandă de frecvență nemărginită	214

4.1.2.4	Spectrul continuu de putere în banda de frecvență nemărginită	215
4.1.2.5	Determinarea spectrului de putere prin matricea fazorilor unitari	217
4.1.2.6	Algoritmul Cooley-Turkey	219
4.1.3	Estimația spectrului de putere prin estimări ale autocovarianței	220
4.1.3.1	Caracteristici statistice ale estimatorului spectrului	221
4.1.3.2	Ilustrativ: estimatorul spectrului „zgomotului alb”	222
4.1.3.3	Estimatorul spectrului proceselor stohastice liniare	225
4.1.3.4	Netezirea estimației spectrului de putere. Ferestre spectrale	228
4.1.3.5	Reprezentarea spectrului neted în funcție de „fereastra spectrală”	230
4.2	Mecanisme de filtrare	233
4.2.1	Filtre Voltera de ordin n	233
4.2.1.1	Modele liniare	233
4.2.1.2	Modele neliniare	234
4.2.2	Determinarea filtrului optimal	235
4.2.2.1	Filtrul Wiener. Ecuațiile Wiener-Hopf	235
4.2.2.2	Procedura de rezolvare iterativă directă	237
4.2.2.3	Procedura iterativă bazată pe corecția succesivă a nucleelor	239
4.3	Metode de previziune nonparametrice	240
4.3.1	Formularea problemei. Predictorii	240
4.3.2	Metode de estimare nonparametrice	241
4.3.2.1	Estimatori ai densității de repartiție	241
4.3.2.2	Estimatorul nucleului regresiei	243
4.3.3	Predictograme	244
4.3.3.1	Calitatea predicției. Alegerea lungimii pasului	246
4.3.3.2	Cazul proceselor staționare	246
4.3.3.3	Cazul proceselor nestaționare	247
4.4	Aplicarea practică a metodei nonparametrice de previziune	247
 Capitolul 5 - Mecanisme de predicție prin filtrul optimal		
Kalman (FKO)		249
5.1	Filtrare adaptivă: algoritmi euristici adaptivi	249
5.2	Reprezentarea în spațiul stărilor a modelelor autoregresive	250
5.2.1	Modele autoregresive cu variabilitate stohastică a coeficienților	250

5.2.2	Modele autoregresive nestaționare: reprezentarea în spațiul stărilor	251
5.2.3	Modele nestaționare în variabile de stare	253
5.2.4	Observabilitatea stohastică a sistemului în variabile de stare	256
5.3	Filtrul Kalman optimal	257
5.3.1	Formularea problemei. Cadrul conceptual	258
5.3.2	Construcția filtrului Kalman	260
5.3.3	Construcția filtrului Kalman optimal (FKO)	261
5.3.4	Mecanismul de prognoză folosind FKO	264
5.3.5	Ilustrarea pentru un sistem dinamic unidimensional cu stare inițială cunoscută	266
5.3.6	Formularea predicției τ -optimale	268
5.3.7	Aplicații: predicția prin FKO a unui proces AR(p) cu variabilitate stohastică a coeficienților	269
5.3.7.1	Predicția adaptivă	269
5.3.7.2	Ilustrarea pe modelul AR(1) cu dinamica coeficienților de tip “random walk”	271
5.3.7.3	Aplicație: previzionarea credibilității unor politici guvernamentale	273
5.3.8	Controlul optimal al echilibrului IS-LM pe termen scurt	276
5.3.8.1	Aplicarea FKO pe un sistem static stohastic	276
5.3.8.2	Validarea rezultatului prin optimizare directă	279
5.3.9	Aplicații ale FKO la predicția RBC (Real Business Cycle)	281
5.3.9.1	Modelarea RBC prin metodologia UC-ARIMA	281
5.3.9.2	Analiza dinamicii ciclice a consumului	282
5.3.9.3	Dinamica ratei dobânzii fundamentată pe CAPM liniar	286
5.3.9.4	Predicția folosind filtrul Kalman	287
5.3.10	Aplicații ale FKO la predicția prețurilor pe piețe cu așteptări raționale adaptive prin învățare	291
5.3.10.1	Formularea modelului dinamicii prețurilor cu așteptări raționale. Reprezentarea în variabile de stare	292
5.3.10.2	Predicția prin filtrul Kalman	296
5.4	Filtre neliniare: Filtrul Kalman extins (FKE)	299
5.5	Tehnica UKF	303

Capitolul 6 - Algoritmi stochastici adaptivi recursivi (ASAR) pentru estimare și predicție	306
6.1 Fundamente: Robins și Monroe	306
6.2 Estimări recursive prin MCMP	308
6.2.1 Modelul ASAR	308
6.2.2 Aplicații: metoda stohastică a gradientului și algoritmul stohastic Newton	310
6.3 Modelul ASAR pentru sisteme neliniare	310
6.4 Aplicații	311
6.4.1 Aplicații ale ASAR în modelul de analiză pe componente principale (ACP)	312
6.4.1.1 Principiul ACP	312
6.4.1.2 Aplicarea practică	316
6.4.1.3 Reprezentarea prin factori principali	317
6.4.1.4 Aplicarea ASAR	318
6.4.2 Formularea predicțiilor prin mecanisme de învățare autoadaptive	319
6.4.2.1 Modelul discret	319
6.4.2.2 Modelul continuu: trecerea la ecuații diferențiale Ilustrare pe modele OLG	321
Capitolul 7 - Procese stochastice	325
7.1 Cadrul axiomatic	325
7.2 Funcția de repartiție. Procese stochastice echivalente	328
7.3 Procese stochastice cu creșteri independente (PSCI)	331
7.3.1 Procese Wiener	332
7.3.2 Procese tip „mișcare browniană” (PMB)	333
7.3.2.1 Proprietăți și definiții	333
7.3.2.2 Istoric	334
7.3.2.3 Alte proprietăți importante	335
7.4 Integrabilitate stohastică în raport cu un proces de mișcare browniană ...	336
7.4.1 Integrala Ito	336
7.4.2 Procese Ito. Lema Ito în cazul real	337
7.4.3 Lema Ito în \mathfrak{R}^n	339
7.4.4 Formula de integrare prin părți a integralei stochastice (FIPS)	340
7.4.5 Integrarea ecuațiilor diferențiale stochastice	342
7.4.5.1 Condiții de existență și unicitate a soluțiilor	342

7.4.5.2 Tipuri particulare de ecuații diferențiale stochastice liniare EDSL	343
7.5 Martingale. Martingale browniene	344
7.6 Importanța și câmpul de aplicare în economie	347
7.6.1 Generalități	347
7.6.2 Enunțul principiului lui Pontryagin în cazul stochastic	348
7.6.2.1 Cadrul axiomatic	349
7.6.2.2 Teorema 1: Principiul de maxim Pontryagin-Peng	351
7.6.2.3 Teorema 2: Sensitivitatea Hausmann	353
7.6.3 Tehnici de optimizare stochastică liniar pătratică	355
7.6.3.1 Problema de control optimal stochastic liniar pătratică (PCOS-LP). Ecuația diferențială stochastică Riccati	355
7.6.3.2 Determinarea controlului optimal de tip feedback în PCOS-LP	358
7.6.4 Un exemplu de model stochastic pe piața financiară: Modelul Black-Merton-Scholes	362
7.7 Procese de difuzie	371
7.7.1 Probabilități de trecere. Ecuații Chapman-Kolmogorov	372
7.7.2 Procese de difuzie: condițiile Hincin	373
7.7.3 Ecuația inversă (backward) Kolmogorov	373
7.7.4 Ecuația directă (forward) Kolmogorov sau ecuația Fokker-Plank	375
7.7.5 Procese de difuzie omogene în timp	375
7.7.5.1 Ecuațiile Kolmogorov	375
7.7.5.2 Mișcarea browniană ca proces de difuzie omogen în timp. Ecuațiile Kolmogorov-Fokker-Plank	376
7.7.5.3 Mișcarea browniană ca proces limită al mersului la întâmplare bernoullian. Ecuația Fokker-Plank	377
7.7.5.4 Procesul Ornstein-Uhlenbeck și mișcarea browniană	379
7.7.6 Omogenitatea în spațiu	381
7.8 Aplicații în cibernetică: mecanismul de reglare dinamică homeostatică stochastică	383
7.8.1 Formularea problemei	383
7.8.2 Ecuația Fokker-Plank	384
7.8.3 Mecanismul de reglare și teoria oscilatorului	387
Bibliografie	390