

Flavia-Corina MITROI-SYMEONIDIS

Eleutherius SYMEONIDIS

ALGEBRĂ LINIARĂ **pentru economiști**

Colecția
Matematici pentru economiști

Editura ASE
București
2025



ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE DIN BUCUREȘTI

Copyright © 2025, Editura ASE

Toate drepturile asupra acestei ediții sunt rezervate editurii.

Editura ASE

Piața Romană nr. 6, sector 1, București, România
cod 010374

www.ase.ro

www.editura.ase.ro

editura@ase.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

MITROI-SYMEONIDIS, FLAVIA-CORINA

Algebră liniară pentru economiști / Flavia-Corina Mitroi-Symeonidis,

Eleutherius Symeonidis. - București : Editura ASE, 2025

Conține bibliografie

ISBN 978-606-34-0569-3

I. Symeonidis, Eleutherius

51

Editura ASE

Copertă: Claudia-Marinela Dumitru

Autorii noștri își asumă întreaga responsabilitate pentru ideile exprimate,
pentru originalitatea materialului și pentru sursele bibliografice menționate.

Cuprins

Prefață	7
1 Spații vectoriale	9
1.1 Notatii și exemple	9
1.2 Subspații vectoriale	13
1.3 Combinații liniare	17
1.4 Baze	18
1.5 Metoda pivotului (metoda Gauss-Jordan)	24
1.6 Spațiul cât	31
1.7 Sume și sume directe	33
2 Operatori liniari	43
2.1 Definiție. Nucleu și imagine. Injectivitatea, surjectivitatea și bijectivitatea operatorilor liniari	43
2.2 Teoreme de izomorfism	49
2.3 Matricea unui operator liniar. Schimbarea bazelor. Cele patru spații fundamentale.	51
2.4 Matrice asemenea. Valori proprii, vectori proprii, spații proprii. Polinom caracteristic. Diagonalizarea endomorfismelor pe spații vectoriale finit dimensionale	60
2.5 Forma Canonică Jordan (Normală) a unui endomorfism	78
2.5.1 Determinarea unei baze Jordan pentru matricele de di- mensiuni mari	85
2.5.2 Exemple de baze Jordan, pentru matrice de dimensiuni mici	88
2.6 Sisteme liniare omogene cu EDO (ecuații diferențiale ordinare) de ordinul întâi cu coeficienți constanți	104
2.6.1 Sisteme liniare neomogene cu EDO de ordinul întâi cu coeficienți constanți	114
3 Funcționale liniare (forme) și spații duale	117
3.1 Funcționale biliniare. Funcționale sesquiliniare	120
3.2 Forme pătratice	129
3.2.1 Metoda Jacobi (minori principali dominanți)	134
3.2.2 Metoda Gauss (completarea pătratelor)	139

4	Spații euclidiene	147
4.1	Metoda celor mai mici pătrate	159
4.2	Ortogonalizare Gram-Schmidt	163
4.3	Diagonalizare ortogonală	168
5	Operatori liniari pe spații cu produs scalar	179
5.1	Operator adjunct	179
5.2	Endomorfisme autoadjuncte (hermitice sau simetrice)	181
5.3	Operatori ortogonali	183
	Bibliografie	187